9425

AL/2025/10/T-II

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ **பகுதி A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B :**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B**, இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

※ இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

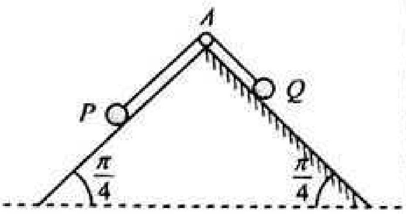
பகுதி A

1. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை A ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஓய்வில் உள்ளது. மேசை மீது ஒரு கதி u உடன் இயங்கும் திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை B ஆனது A உடன் நேரே மோதுகின்றது. A இற்கும் B இற்குமிடையே மீளமைவுக் குணகம் e ஆகும். மோதுகைக்குப் பின்னர் துணிக்கை A இன் கதி $\frac{2}{3}(1+e)u$ எனக் காட்டுக.
மோதுகையில் B இனால் A மீது உஞற்றப்படும் கணத்தாக்கின் பருமன் mu எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $e=\frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

2. ஒரு கிடைத் தரை மீது உள்ள ஒரு புள்ளி O இலிருந்து ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் கோணம் θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ இல் தொடக்கக் கதி u உடன் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்குகின்றது. எறிபடையின் கிடை வீச்சைக் கண்டு, அது $\frac{\sqrt{3}u^2}{2g}$ எனின், $\theta=\frac{\pi}{6}$ அல்லது $\theta=\frac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

3. திணிவுகள் முறையே $4m$, m ஆன P, Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியா இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு இழை, ஒவ்வொன்றும் கிடையுடன் கோணம் $\frac{\pi}{4}$ இற் சாய்ந்த இரு நிலைத்த தளங்களின் உச்சியில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பி A இற்கு மேலாக செல்கின்றது. துணிக்கை P வைக்கப்பட்டுள்ள தளம் ஒப்பமானதும் துணிக்கை Q வைக்கப்பட்டுள்ள தளம் கரடானதுமாகும். Q இற்கும் கரட்டுத் தளத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். இழை இறுக்கமாகவும் இழையின் AP, AQ ஆகிய பகுதிகள் உரிய தளங்களின் அதியுயர் சரிவுக் கோடுகள் வழியேயும் இருக்குமாறு துணிக்கைகள் பிடித்து வைக்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன. P ஆனது தளத்தின் வழியே கீழ்நோக்கி இயங்குகின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. இழையின் இழுவையைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. திணிவு 1250 kg ஐ உடைய ஒரு மோட்டர்க் கார் ஒரு மாறாத் தடை 1000 N இற்கு எதிராக ஒரு நேர்க் கிடை வீதி மீது ஒரு மாறாக் கதி $32\ \text{m s}^{-1}$ இற் செல்கின்றது. மோட்டர்க் காரின் எஞ்சினாற் பிறப்பிக்கப்படும் வலு 32 kW எனக் காட்டுக.

இப்போது மோட்டர்க் கார் கிடையுடன் கோணம் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$ இற் சாய்ந்த ஒரு நேர் வீதி வழியே கீழ்நோக்கி அம்மாறாத் தடைக்கு எதிராக இயங்குகின்றது. அதன் ஆர்முடுகல் $4\ \text{m s}^{-2}$ ஆகவும் அதன் எஞ்சின் 20 kW வலுவில் தொழிற்படுவதாகவும் இருக்கும் கணத்தில் மோட்டர்க் காரின் கதியைத் துணிவதற்குப் போதுமானளவு சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

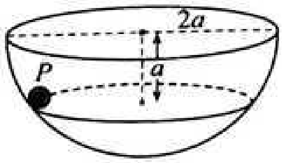
....

....

....

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

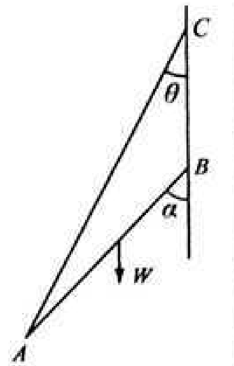
5. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஆரை $2a$ ஐ உடைய ஒரு மெல்லிய அரைக்கோள ஓடு அதன் வட்ட விளிம்பு கிடையாக இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P இற்கு ஒரு கதி u ஆனது, ஓட்டின் உள் ஒப்பமான மேற்பரப்பு மீது ஓட்டின் வட்ட விளிம்பின் மையத்திற்குக் கீழே a தூரத்தில் மையம் இருக்கும் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்குமாறு, தரப்படுகின்றது. $u = \sqrt{3ga}$ எனக் காட்டுக.



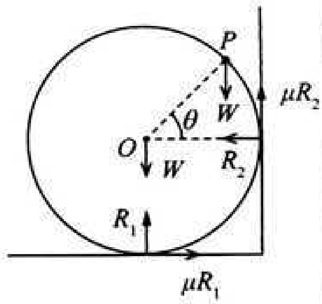
6. $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} - \{0\}$ எனக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பீட்டில், $\mathbf{a} = \alpha\,\mathbf{i} + \beta\,\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \gamma\,\mathbf{i} - \beta\,\mathbf{j}$ ஆகியன $|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 = 1$ ஐத் திருப்தியாக்கும் இரு காவிகள் எனக் கொள்வோம். $\alpha^2 + 2\beta^2 + \gamma^2 = 1$ எனக் காட்டுக. $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ஆகிய காவிகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $\beta^2 = \alpha\gamma$ எனக் காட்டுக. $\alpha = \frac{1}{3}$ எனின், γ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. நிறை W ஐ உடைய ஒரு சீரான கோல் AB கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ ஐ ஆக்கிக் கொண்டு நாப்பத்தில், முனை B ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் அதே வேளை B இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே இருக்கும் ஒரு புள்ளி C இல் சுவருடன் இணைந்த ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் மற்றைய முனை A இல் உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு தொங்கவிடப்பட்டிருக்கின்றது. இழை இறுக்கமாக இருக்கும் அதே வேளை அது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்குகின்றது. கோலும் இழையும் சுவருக்குச் செங்குத்தான ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்கின்றன. $\tan\alpha = 2\tan\theta$ எனக் காட்டுக.



8. நிறை W ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது மையம் O, ஆரை a, நிறை W ஆகியவற்றை உடைய ஒரு சீரான, மெல்லிய, வட்டத் தட்டின் விளிம்புடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தட்டு ஒரு கரடான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரே ஒரு கரடான கிடை நிலத்தின் மீது ஓய்வில் உள்ளது. தட்டுக்கும் நிலத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் μ ஆவதோடு தட்டுக்கும் சுவருக்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகமும் μ ஆகும். OP ஆனது கிடையுடன் கோணம் $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ ஐ ஆக்கும்போது தட்டு எல்லை நாப்பத்தில் இருக்கின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. தட்டு மீது தாக்கும் விசைகள் உருவிற் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. $\cos\theta = \dfrac{2\mu(\mu+1)}{\mu^2+1}$ எனக் காட்டுக.



9. A, B, C ஆகியன, A உம் B உம் சாராதனவாகவும் B உம் C உம் தம்முட் புறநீக்குவனவாகவும் $P(B) = \frac{1}{5}$ ஆகவும் $P(A \cup B) = P(B \cup C)$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக, ஒரு மாதிரி வெளி Ω இல் உள்ள மூன்று நிகழ்வுகள் எனக் கொள்வோம். $P(C) = \frac{4}{5}P(A)$ எனக் காட்டுக.
$P(C|A) = 2P(A \cap C) \neq 0$ எனின், $P(C)$ ஐக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட 1, p, 4, 10, q என்னும் ஐந்து நோக்கல்களின் இடை 6 ஆகும்; இங்கு p, q ஆகியன மெய்யெண்கள். இந்நோக்கல்கள் உருமாற்றம் $y = 3x + c$ இனால் உருமாற்றப்படுகின்றன; இங்கு x ஆனது தொடக்க நோக்கல்களையும் c ஆனது ஒரு மெய்யெண்ணையும் குறிப்பிடுகின்றன. உருமாற்றப்பட்ட நோக்கல்களின் இடையும் வீச்சும் முறையே 20, 33 ஆகும். p, q, c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

பகுதி B

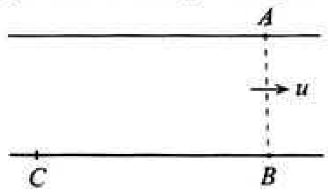
※ ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

(இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிப்பிடுகின்றது.)

11. (*a*) ஒரு நேர்கோடு வழியே மாறா அமர்முடுகல் $f \text{ m s}^{-2}$ உடன் இயங்கும் ஒரு துணிக்கை P ஆனது நேரம் $t = 0 \text{ s}$ இல் வேகம் 60 m s^{-1} உடன் ஒரு புள்ளி O ஐக் கடந்து செல்கின்றது; இங்கு $f > 0$ ஆகும். துணிக்கை P ஓய்வுக்கு வந்தவுடன் அது O ஐ நோக்கி ஒரு மாறா ஆர்முடுகல் $f \text{ m s}^{-2}$ உடன் இயங்குகின்றது. O இல் ஓய்வில் இருக்கும் வேறொரு துணிக்கை Q ஆனது நேரம் $t = \frac{30}{f} \text{ s}$ இல் மாறா ஆர்முடுகல் $f \text{ m s}^{-2}$ உடன் அதே நேர்கோட்டின் வழியே P ஐ நோக்கி இயங்கத் தொடங்கி, ஒரு வேகம் 30 m s^{-1} ஐப் பெற்ற பின்னர் அதே மாறா வேகத்தில் தொடர்ந்து இயங்குகின்றது. துணிக்கை Q மாறா வேகத்தை அடைந்து 10 செக்கனுக்குப் பின்னர் துணிக்கை Q துணிக்கை P ஐச் சந்திக்கின்றது. $t = 0 \text{ s}$ இலிருந்து P, Q ஆகியன சந்திக்கும் வரைக்கும் அவற்றின் இயக்கங்களுக்குரிய வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.

$f = 3$ எனவும் O இலிருந்து துணிக்கைகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் தூரம் 450 m எனவும் காட்டுக.

(*b*) சமாந்தர நேர்க் கரைகளும் அகலம் a உம் உள்ள ஓர் ஆறு ஒரு சீரான வேகம் u உடன் பாய்கிறது. உருவில் காட்டியுள்ளவாறு கரைகளின் மீது A, B, C ஆகிய புள்ளிகள், AB ஆனது கரைகளுக்குச் செங்குத்தாகவும் $BC = 2a$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளன. P, Q ஆகிய இரு படகுகள் முறையே A, B ஆகியவற்றில் அவற்றின் பயணங்களை ஒரே கணத்தில் ஆரம்பிக்கின்றன.

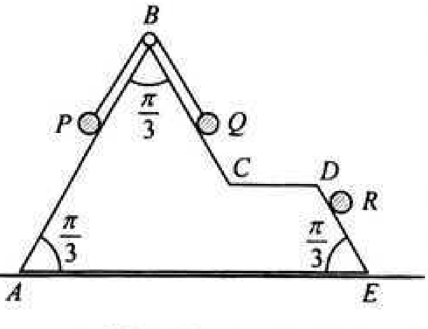


படகு P ஆனது நீர் தொடர்பாக ஒரு வேகம் $2\sqrt{5}\,u$ உடன் திசை $\overrightarrow{AC}$ இற் செல்கிறது. படகு Q ஆனது நீர் தொடர்பாகக் கதி $\sqrt{2}\,u$ உடன் புவி தொடர்பாகத் திசை $\overrightarrow{BA}$ இற் செல்கின்றது. P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கங்களுக்கான வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.

புவி தொடர்பாக P இன் வேகத்தையும் புவி தொடர்பாக Q இன் கதியையும் காண்க.

அத்துடன், Q தொடர்பாக P இன் வேகத்தின் திசையையும், **இதிலிருந்து,** P இற்கும் Q இற்குமிடையே உள்ள மிகக் குறுகிய தூரத்தையும் காண்க.

12. (*a*) திணிவு $10m$ ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான குற்றியின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள நிலைக்குத்துக் குறுக்கு வெட்டு $ABCDE$ உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. AE ஐக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் AB, BC, DE ஆகியன அவற்றைக் கொண்ட முகங்களின் அதியுயர் சரிவுக் கோடுகளாக இருக்கும் அதே வேளை CD ஆனது AE இற்குச் சமாந்தரமும் $E\hat{A}B = A\hat{B}C = D\hat{E}A = \frac{\pi}{3}$ உம் ஆகும்.

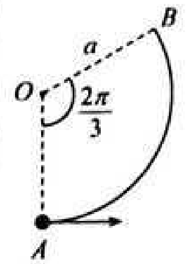


முறையே $5m, m, m$ திணிவுகளை உடைய P, Q, R என்றும் மூன்று துணிக்கைகள் முறையே AB, BC, DE ஆகியவற்றின் மீது பிடித்துவைக்கப்பட்டுள்ளன. B இல் உள்ள குற்றியில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான இலேசான சிறிய கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியா இழையின் நுனிகளுடன் P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள அமைவிலிருந்து இழை இறுக்கமாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.

குற்றியின் ஆர்முடுகலையும் P மீது குற்றியினால் பிரயோகிக்கப்படும் மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் துணிவதற்குப் போதுமானளவு சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

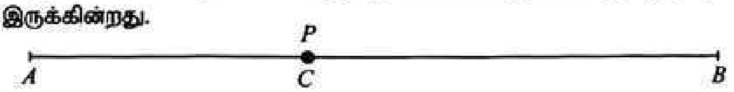
[பக். 8 ஐப் பார்க்க

(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஆரை a ஐயும் மையம் O ஐயும் உடைய $A\hat{O}B = \frac{2\pi}{3}$ ஆகவுள்ள ஒரு வட்ட வில் வடிவத்தில் இருக்கும் ஓர் ஒப்பமான மெல்லிய விறைத்த கம்பி AB ஆனது OA நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சிறிய பவளம் A இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டு, கம்பி வழியே கதி $\sqrt{\frac{7ga}{2}}$ உடன் எறியப்படுகின்றது. பவளம் O பற்றிக் கோணம் $\theta \left(0 < \theta \le \frac{2\pi}{3}\right)$ இனூடாகத் திரும்பியிருக்கும்போது அதன் கதி v ஆனது $v^2 = \frac{ga}{2}(3 + 4\cos\theta)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.



மேலும், கம்பியிலிருந்து விலகிச் சென்ற பின்னர் பவளம் மறுபடியும் A இற்கு வருகின்றதெனக் காட்டி, பவளம் A ஐ அடையும்போது அதன் கதியைக் காண்க.

13. ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது A, B என்னும் இரு நிலைத்த புள்ளிகள், $AB = 16a$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளன. இயற்கை நீளம் $2a$ ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு $3mg$ ஐயும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழை S_1 இன் ஒரு நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் S_1 இன் மற்றைய நுனி A உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மேலும், இயற்கை நீளம் $4a$ ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$ ஐயும் உடைய இரண்டாம் இலேசான மீள்தன்மை இழை S_2 இன் ஒரு நுனி P உடனும் S_2 இன் மற்றைய நுனி B உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஒரு புள்ளி C இல் துணிக்கை P நாப்பத்தில் இருக்கின்றது.



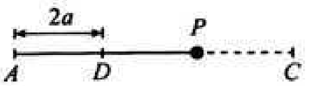
AC இன் நீளத்தையும் BC இன் நீளத்தையும் காண்க.

இப்போது துணிக்கை P ஆனது B ஐ நோக்கித் தூரம் $2a$ இற்கு இழுக்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. P இன் இயக்கத்தின் சமன்பாடு $\ddot{x} + \omega^2(x - 6a) = 0$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $AP = x$ உம் $\omega\ (> 0)$ ஆனது துணியப்பட வேண்டிய ஒரு மாறிலியும் ஆகும்.

$X = x - 6a$ என எடுத்து, $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ எனக் காட்டி, இந்த எளிய இசை இயக்கத்தின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் குறிப்பிடுக.

சூத்திரம் $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ ஐப் பயன்படுத்தி, இவ்வியக்கத்தின்போது வீச்சம் c ஐயும் P இன் உயர்ந்தபட்சக் கதியையும் காண்க.

இவ்வியக்கத்தின்போது P ஆனது C ஐ அடையும் முதற் கணத்தில் இழை S_2 வெட்டப்படுகின்றது.



உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு AC மீது D ஆனது, $AD = 2a$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ள புள்ளி எனக் கொள்வோம். C இலிருந்து D இற்கு Pஇன் இயக்கத்திற்கான சமன்பாடு $\ddot{y} + \omega_1^2 y = 0$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $DP = y$ உம் $\omega_1\ (> 0)$ ஆனது துணியப்படவேண்டிய ஒரு மாறிலியும் ஆகும்.

இந்த எளிய இசை இயக்கத்தின் வீச்சம் $\sqrt{\frac{68}{3}}\, a$ எனக் காட்டுக.

P இயக்கத்தில் ஈடுபடும் கணத்திலிருந்து அது புள்ளி A ஐ அடையும் வரைக்கும் எடுத்த மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

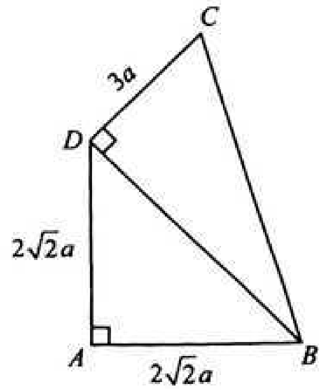
14.(*a*) உற்பத்தி O பற்றி A, B என்னும் புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் வழக்கமான குறிப்பீட்டில் முறையே $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ எனக் கொள்வோம். C ஆனது $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OB}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளி எனக் கொள்வோம். மேலும் D ஆனது, AB இற்கு DC சமாந்தரமாகவும் AB இற்கு AD செங்குத்தாகவும் இருக்கத்தக்கதாக உள்ள, புள்ளி எனவும் கொள்வோம். $\overrightarrow{OD} = -\frac{8}{5}\mathbf{i} + \frac{11}{5}\mathbf{j}$ எனக் காட்டுக.

E ஆனது AB இனதும் OD இனதும் வெட்டுப் புள்ளி எனக் கொள்வோம்.

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{10}\overrightarrow{AB}$ எனக் காட்டுக.

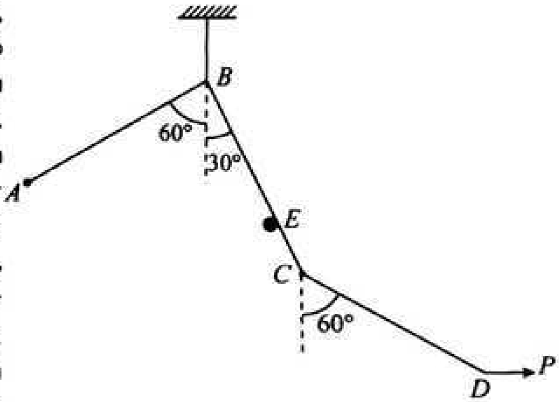
[பக். 9 ஐப் பார்க்க

(*b*) உருவில் $B\hat{A}D = B\hat{D}C = \frac{\pi}{2}$, $AB = AD = 2\sqrt{2}a$, $CD = 3a$ ஆகவுள்ள ஒரு தள நாற்பக்கல் $ABCD$ காட்டப்பட்டுள்ளது. $3P$, $3P$, $2\sqrt{2}P$, $5\sqrt{2}\,P$, $3\sqrt{2}P$ பருமனுள்ள விசைகள் முறையே AB, AD, BD, BC, DC ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்துகளின் ஒழுங்குமுறையினாற் காட்டப்படும் திசைகளில் தாக்குகின்றன. இவ்விசைத் தொகுதி முறையே AB, AD ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்து ஒழுங்குமுறையினாற் காட்டப்படும் திசைகளில் தாக்கும் αP, βP பருமன் உள்ள இரு விசைகளுக்கும் இடஞ்சுழிப் போக்கில் தாக்கும் திருப்பம் M ஐ உடைய ஓர் இணைக்கும் சமவலுவுள்ளது. α, β, M ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



இப்போது மேற்குறித்த விசைத் தொகுதிக்கு நாற்பக்கலின் தளத்தில் தாக்கும் ஓர் இணை, புதிய விசைத் தொகுதியின் விளையுள் D இனூடாகச் செல்லத்தக்கதாக, சேர்க்கப்படுகின்றது. சேர்க்கப்பட்ட இணையின் திருப்பத்தைக் காண்க.

15. (*a*) சம நீளம் $4a$ ஐயும் முறையே நிறைகள் W, $2W$, W ஐயும் உடைய AB, BC, CD என்னும் மூன்று சீரான கோல்கள் B, C ஆகிய முனைப் புள்ளிகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஓர் இலேசான நீட்டமுடியா இழையின் ஒரு நுனி மூட்டு B உடனும் இழையின் மற்றைய நுனி B இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே ஒரு கிடைச் சீலிங்கின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு AB, CD ஆகிய கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் நிலைக்குத்துடன் $60°$ கோணத்தையும் கோல் BC நிலைக்குத்துடன் $30°$ கோணத்தையும் ஆக்கிக்கொண்டும் இழை இறுக்கமாகவும் இருக்கத்தக்கதாக மூன்று கோல்களும் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில், $BE = 3a$ ஆக இருக்குமாறு E இல் ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான முளையின் மீது கோல் BC ஐ வைப்பதன் மூலமும் D இல் பருமன் P ஐ உடைய ஒரு கிடை விசையைப் பிரயோகிப்பதன் மூலமும், நாப்பத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

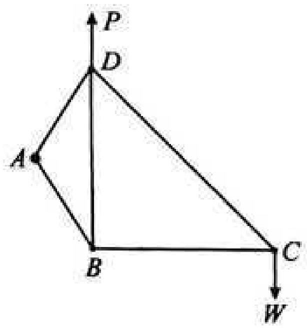


(i) P இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) முளையிலிருந்து கோல் BC மீது உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{W}{3}$ எனக் காட்டுக.

(iii) இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட AB, BC, CD, DA, DB என்னும் ஐந்து இலேசான கோல்களைக் கொண்டுள்ளது. $AB = AD = 2a$, $BC = BD = 2\sqrt{3}a$, $C\hat{B}D = \frac{\pi}{2}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.



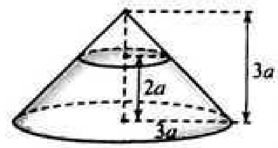
மூட்டு C இல் ஒரு சுமை W தொங்கவிடப்பட்டு சட்டப்படல் A இல் ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு, BC கிடையாக இருக்க ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நாப்பத்தில், மூட்டு D இல் அதற்கு நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிப் பிரயோகிக்கப்பட்ட பருமன் P ஐ உடைய ஒரு விசையினால், வைக்கப்பட்டுள்ளது. போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி C, B, D ஆகிய மூட்டுகளுக்கு ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக.

இதிலிருந்து, கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு, அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளா எனக் குறிப்பிடுக.

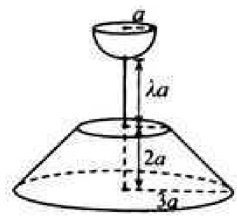
[பக். 10 ஐப் பார்க்க

16. ஆரை a ஐ உடைய ஒரு சீரான அரைக்கோள ஓட்டின் திணிவு மையம் அதன் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{a}{2}$ இலும் உயரம் h ஐ உடைய ஒரு சீரான செவ்வட்டத் திண்மக் கூம்பின் திணிவு மையம் அதன் அடியின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{h}{4}$ இலும் இருக்கின்றன எனக் காட்டுக.

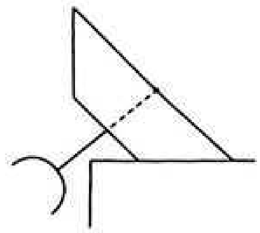
உயரம் $2a$ ஐ உடைய ஓர் அடித்துண்டு, அடியின் ஆரை $3a$ ஆகவும் உயரம் $3a$ ஆகவும் உள்ள ஒரு திண்மச் சீரான செவ்வட்டக் கூம்பிலிருந்து, அதன் அடிக்குச் சமாந்தரமான ஒரு தளத்தினூடாக வெட்டிச் சிறிய செவ்வட்டக் கூம்பை அகற்றுவதன் மூலம், செய்யப்படுகின்றது. (அடுத்துள்ள உருவைப் பார்க்க.) அடித்துண்டை உருவாக்குவதற்கு அகற்றப்படும் செவ்வட்டக் கூம்பின் திணிவு m ஆகும். அடித்துண்டின் திணிவு $26m$ எனக் காட்டுக.



ஆரை a ஐயும் திணிவு m ஐயும் உடைய ஒரு சீரான அரைக்கோள ஓடும் மேற்குறித்த அடித்துண்டும் நீளம் λa ஐயும் திணிவு m ஐயும் உடைய ஒரு சீரான கோலின் முனைகளுடன் விறைப்பாக நிலைப்படுத்தப்பட்டு, அடுத்துள்ள உருவத்திற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, ஒரு சேர்த்திப் பொருளானது கோல், அரைக்கோள ஓட்டின் மையம், அடித்துண்டின் அச்சு ஆகிய எல்லாம் ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்குமாறு, உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. சேர்த்திப் பொருளின் திணிவு மையம் அடித்துண்டின் பெரிய வட்ட அடியின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{3}{56}(15+\lambda)a$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.



சேர்த்திப் பொருள் ஒரு கிடை மேசை மீது, அடித்துண்டின் வளைபரப்பு மேசையைத் தொடுமாறு, வைக்கப்பட்டுள்ளது. சேர்த்திப் பொருளின் சமச்சீரச்சினூடாக உள்ள நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டு அடுத்துள்ள உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. சேர்த்திப் பொருள் நாப்பத்தில் இருப்பின், $\lambda \leq \frac{11}{3}$ எனக் காட்டுக.



17. (*a*) ஒரு பெட்டி C இல் 2 கறுப்புப் பந்துகளும் 2 வெள்ளைப் பந்துகளும் ஒரு பெட்டி D இல் 2 கறுப்புப் பந்துகளும் 1 வெள்ளைப் பந்தும் உள்ளன. இப்பந்துகள் அவற்றின் நிறங்கள் தவிர எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமமானவை. முதலில் ஒரு பந்து பெட்டி C இலிருந்து பெட்டி D இற்கு எழுமாற்றாக மாற்றப்படுகின்றது. பின்னர் ஒரு பந்து பெட்டி D இலிருந்து பெட்டி C இற்கு எழுமாற்றாக மாற்றப்படுகின்றது. இப்போது பெட்டி D இலிருந்து ஒரு பந்து எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றது.

(i) பெட்டி D இலிருந்து எடுக்கப்படும் பந்து வெள்ளையாக,

(ii) பெட்டி D இலிருந்து எடுக்கப்படும் பந்து வெள்ளை எனத் தரப்படும்போது பெட்டி C இலிருந்து பெட்டி D இற்கு முதலில் இடமாற்றப்படும் பந்து கறுப்பாக,

இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(*b*) பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு வங்கியின் 100 வாடிக்கையாளர்களின் ஆண்டுச் சேமிப்புகளின் தரவுப் பரம்பல் தரப்பட்டுள்ளது.

சேமிப்பு ஆயிரம் ரூபாய்களில்	மீடிறன்
10 – 30	35
30 – 50	40
50 – 70	15
70 – 90	10

மேற்குறித்த தரவுப் பரம்பலின் இடை, இடையம், ஆகாரம், மாறற்றிறன் ஆகியவற்றைக் காண்க.

இப்போது கூடுதலாக x எண்ணிக்கையிலான வாடிக்கையாளர்கள் தரவுப் பரம்பலூடன் சேர்க்கப்படுகின்றனர், அவர்கள் அனைவரும் ஒரு தனி வகுப்பு ஆயிடைக்கு உரியவர்களெனக் காணப்பட்டுள்ளது. $(100 + x)$ வாடிக்கையாளர்களின் ஆண்டுச் சேமிப்புகளின் இடை ரூ. 40 000 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. புதிய x வாடிக்கையாளர்களின் வகுப்பு ஆயிடை 30 – 50 எனக் காட்டுக.

* * *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2026
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2026
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2026

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) $k, \lambda \in \mathbb{R}$ எனவும் $k \neq 0$ எனவும் கொள்வோம். சமன்பாடு $kx^2 - 2\lambda x - \frac{1}{k} = 0$ இற்கு இரு வேறுவேறான பூச்சியமற்ற மெய்ம் மூலங்கள் உண்டெனக் காட்டுக.

$\alpha,\ \beta$ ஆகியன இம்மூலங்களெனக் கொள்வோம். $\frac{1}{\alpha} + k^2\beta^2,\ \frac{1}{\beta} + k^2\alpha^2$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $f(x) = 0$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $f(x) = x^2 - 2(2\lambda^2 - k\lambda + 1)x + (2k\lambda - k^2 + 1)$.

$y = f(x)$ இன் வரைபின் சமச்சீரச்சு $x = -1$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $2\lambda^2 - k\lambda + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

சமன்பாடு $2\lambda^2 - k\lambda + 2 = 0$ ஆனது λ இன் ஒரு பெறுமானத்தினால் மாத்திரம் திருப்தியாக்கப்படத்தக்கதாக k இன் நேர்ப் பெறுமானத்தைக் கண்டு, λ இன் இப்பெறுமானத்தையும் காண்க.

(*b*) $f(x) = x^4 + ax^3 + px^2 + q$ எனவும் $g(x) = x^4 + bx^3 - qx^2 + 2x - p$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, p, q \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$(x + 1)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $g(x)$ ஆனது $(x - 1)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி 4 எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

$a = b$ எனக் காட்டுக.

சமன்பாடு $f(x) = f(-x)$ இற்கு ஒரு பூச்சியமற்ற தீர்வு உண்டு எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. $a = 0$ எனவும் $p + q = -1$ எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $(x + 1)$ ஆனது $g(x)$ இன் ஒரு காரணியெனக் காட்டுக.

12. (*a*) 3, 5, 6, 7, 8 ஆகிய தரப்பட்டுள்ள ஐந்து இலக்கங்களில் சிலவற்றை அல்லது எல்லாவற்றையும் மீள்வருதல் இல்லாமற் பயன்படுத்தி எண்களை ஆக்குதல் வேண்டும்.

(i) 10 000 இலும் கூடிய ஓர் எண் ஆக்கப்படத்தக்க,

(ii) 6000 இலும் கூடிய ஓர் எண் ஆக்கப்படத்தக்க

வெவ்வேறு விதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

CamScanner

(*b*) (i) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\dfrac{r+5}{(r+1)(r+2)(r+3)} = \dfrac{A}{r+1} + \dfrac{B}{r+2} + \dfrac{C}{r+3}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மெய்ம் மாறிலிகளைக் காண்க.

(ii) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \dfrac{r+5}{(r+1)(r+2)(r+3)}$ எனவும் $r \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ இற்கு $f(r) = \dfrac{1}{r+2}$ எனவும் கொள்வோம்.

மேற்குறித்த பகுதி (i) ஐப் பயன்படுத்தி,

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = 2f(r-1) - 3f(r) + f(r+1)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{2}{3} - \dfrac{2}{n+2} + \dfrac{1}{n+3}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$\lim_{n\to\infty} \left(\sum_{r=2}^{n+2} U_r + \sum_{r=n+1}^{2n} U_r \right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

13. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ b & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 5 & c \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$\mathbf{AB} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக a, b, c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

a, b, c ஆகியவற்றின் இப்பெறுமானங்களுடன் $(\mathbf{AB})^{\mathrm{T}}\mathbf{D} = 2\mathbf{I} + \mathbf{C}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் $\mathbf{D}$ ஐக் காண்க; இங்கு $\mathbf{I}$ ஆனது வரிசை 2 இன் சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

(*b*) $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$, (ii) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\,\overline{z_2}$,

(iii) $z_2 \neq 0$ இற்கு $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$, (iv) $z_1\overline{z_1} = |z_1|^2$

எனக் காட்டுக.

$|z_1| = |z_2| = 1$ ஆகவும் $z_1 \neq -z_2$ ஆகவும் இருப்பின், $\left(\dfrac{1+z_1 z_2}{z_1 + z_2}\right)$ மெய்யெனக் காட்டுக.

(*c*) $\dfrac{\cos\alpha + i\sin\alpha}{\cos\beta + i\sin\beta} = \cos(\alpha-\beta) + i\sin(\alpha-\beta)$ எனக் காட்டுக; இங்கு $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ஆகும்.

$1+\sqrt{3}i$ ஐயும் $\sqrt{2}(1+i)$ ஐயும் வடிவம் $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $r > 0$ உம் $-\pi < \theta \leq \pi$ உம் ஆகும்.

$\omega = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{2}(1+i)}$ எனக் கொள்வோம். $|\omega| = 1$ எனவும் $\operatorname{Arg}\omega = \dfrac{\pi}{12}$ எனவும் காட்டுக.

$\omega^{18} = -i$ என உய்த்தறிக.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

CamScanner

14. (*a*) $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ இற்கு $f(x) = \alpha\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + 4$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $\alpha \in \mathbb{R}$ ஆகும். $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ இற்கு $f'(x) = \frac{4\alpha(x-1)}{(x+1)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

$x = 0$ ஆக இருக்கும்போது $y = f(x)$ இன் வரைபுக்கான தொடலிக் கோட்டின் படித்திறன் 8 ஆகுமெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$\alpha = -2$ எனக் காட்டுக.

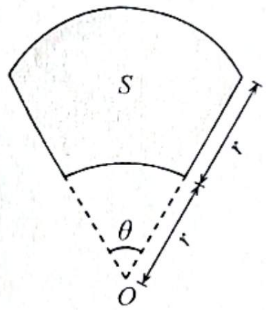
$f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடையையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க.

$y = f(x)$ இன் வரைபின் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

திரும்பற் புள்ளியையும் அணுகுகோடுகளையும் காட்டி, $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து, f இன் வீச்சையும் ஆயிடை $[k, \infty)$ இல் f ஒன்றுக்கொன்றானதாக இருக்கத்தக்கதாக k இன் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தையும் குறிப்பிடுக.

(*b*) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசம் S இன் வரைப்பாடு ஆரைகள் r m, $2r$ m ஆன, மையம் O இல் ஒரு θ ஆரையன் கோணத்தை எதிரமைக்கும் இரு ஒருமைய வட்ட விற்களையும் நீட்டப்படும்போது மையம் O இனூடாகச் செல்லும் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களையும் கொண்டுள்ளது. பிரதேசம் S இன் பரப்பளவு 81 m^2 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. S இன் சுற்றளவு p m ஆனது $r > 0$ இற்கு $p = 2\left(r + \frac{81}{r}\right)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டி, p இழிவாக இருக்கத்தக்கதாக r, θ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



15. (*a*) $\frac{6t^2+7t+3}{(2t-1)(4t^2+4t+5)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைத்து, **இதிலிருந்து,** $\int \frac{6t^2+7t+3}{(2t-1)(4t^2+4t+5)}\,dt$ ஐக் காண்க.

(*b*) (i) $\frac{d}{dx}\left(\tan\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{1+\cos x}$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 \sin x}{(1+\cos x)^2}\,dx = \frac{\pi^2}{4} - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1+\cos x}\,dx$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, (i) ஐப் பயன்படுத்தி, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 \sin x}{(1+\cos x)^2}\,dx = \frac{\pi}{4}(\pi - 4) + 2\ln 2$ எனக் காட்டுக.

(*c*) $\cot\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = \frac{1-\cot x}{1+\cot x}$ எனக் காட்டுக.

a, b ஆகியன மாறிலிகளாக இருக்கும் சூத்திரம் $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(a+b-x)\,dx$ ஐப் பயன்படுத்தி,

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\cot x)\,dx = \frac{\pi}{8}\ln 2$ எனக் காட்டுக.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

16. (a) $A \equiv (3, 0)$, $B \equiv (0, 2)$ எனவும் l ஆனது கோடு AB இற்குச் செங்குத்தான ஒரு கோடு எனவும் கொள்வோம். கோடு l இன் சமன்பாடு வடிவம் $3x - 2y = \lambda$ ஐ உடையதெனக் காட்டுக; இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$. இக்கோடு l ஆனது x-அச்சைப் புள்ளி C இலும் y-அச்சைப் புள்ளி D இலும் இடைவெட்டுகின்றது. AD, BC ஆகிய கோடுகளின் வெட்டுப் புள்ளி வட்டம் $x^2 + y^2 - 3x - 2y = 0$ மீது உள்ளதெனக் காட்டுக.

(b) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ எனவும் $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$ எனவும் கொள்வோம். $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் சம ஆரைகளை உடையன எனவும் அவை ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன எனவும் காட்டுக.

மேலும் இவ்வட்டங்களுக்கான பொதுத் தொடலிகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க.

$U \equiv 2x - 4y + 3$ எனவும் கொள்வோம். $S_1 + U = 0$, $S_2 = 0$ ஆகிய வட்டங்களின் வெட்டுப் புள்ளிகளினூடாகச் சென்று, வட்டம் $S_2 = 0$ ஐ நிமிர்கோணமுறையாக இடைவெட்டும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17. (a) $\cos 2x + \sin 2x$ ஐ வடிவம் $R\sin(2x + \alpha)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $R > 0$ உம் $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும்.

இதிலிருந்து, $1 + \cos 2x + \sin 2x = 0$ இன் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

இத்தீர்வுகளைக் கொண்ட தொடை S எனக் கொள்வோம்.

$x \notin S$ இற்கு $\dfrac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x} = \tan x$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\dfrac{1 - \cos x + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} = \dfrac{1}{2}\sin\dfrac{x}{2}$ ஐத் தீர்க்க.

(b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில், ஒரு முக்கோணி ABC இற்குக் **கோசைன் நெறியைக்** கூறுக.

ஒரு முக்கோணி ABC இல் BC மீது புள்ளி D ஆனது, $BD : DC = 2 : 1$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளது. உகந்த முக்கோணிகளுக்குக் கோசைன் நெறியைப் பிரயோகித்து, வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $AD^2 = \frac{1}{9}\left(6b^2 + 3c^2 - 2a^2\right)$ எனக் காட்டுக.

இப்போது, $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm, $AD = \dfrac{\sqrt{37}}{3}$ cm எனின், $B\hat{A}C = \dfrac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக.

(c) சமன்பாடு $\sin\left(\tan^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right) + \tan\left(\sin^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right) = \dfrac{3}{2x}$ ஐத் தீர்க்க.

* * *

0007766